

第九讲 操作类问题



竞赛篇周周练答案

1. 某人有 14 升啤酒一瓶，想从中倒出 6 升。但是他没有 6 升的容器，只有一个 9 升的容器和一个 7 升的容器。怎样的倒法才能使 9 升的容器中恰好装好了 6 升啤酒

【解析】操作如下表

大	中	小
14	0	0
5	9	0
5	2	7
12	2	0
12	0	2
3	9	2
3	4	7
10	4	0
10	0	4
1	9	4
1	6	7

2. 一个农民携带一只狼，一只羊和一棵白菜，要借助一条小船过河。小船上除了农民只能再带狼、羊、白菜中的一样。而农民不在时，狼会吃羊，羊会吃白菜。农民如何过河呢？

【解析】分析：如下表：

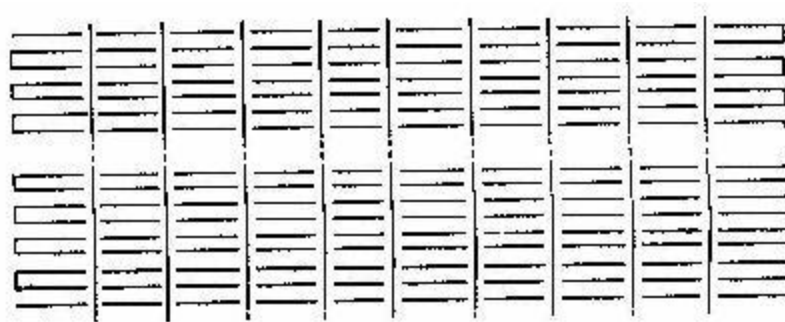
次数	此岸	过河	彼岸
1	狼，白菜	农民，羊	
2	狼，白菜	〈农民	羊
3	狼	农民，白菜	羊
4	狼	〈农民，羊	白菜
5	羊	农民，狼	白菜
6	羊	〈农民	狼，白菜
7		农民，羊	狼，白菜
			农民，羊，狼，白菜

3. 黑板上写着 1 到 20 这 20 个自然数，小明每次擦去两个奇偶性相同的数，再写上他们的平均数，最后黑板只剩一个自然数，这个数最大是多少？最小是多少？

【解析】要让最后剩下的最大，20 一定要和另外一个偶数一起最后擦，所以这么擦：擦 1,3 写 2，擦 2、2 写 2，擦 2、4 写 3，擦 3、5 写 4.....最后擦 18、20 写 19。所以最大的为 19，同理，最小的为 2。

4. (第十一届华杯赛决赛) 将一根长线对折，再对折，共对折 10 次，得到一束线，用剪刀将这束线剪成 10 等份，问：会得到两种不同长度的线段各多少根？

【解析】



首先，易知一共会有 2 种不同的线段，折点处的长，其余的短

其次，对折 10 次，绳子分成 $2^{10}=1024$ 段；要剪成 10 等分，就要剪 9 刀，所以这根绳子被剪成： $1024 \times 9 + 1 = 9217$ 段

最后，又因为共有 $1024 - 1 = 1023$ 个折点，每个折点所在的绳子都一样长，所以长线段共有 1023 条，其余短一点的共有 $9217 - 1023 = 8194$ 条。

5. 在一块黑板上将 123456789 重复 50 次得到 450 位数 123456789123456789.....。先删去这个数中从左至右数所有位于奇数位上的数字，再删去所得的数中所有位于奇数位上的数字，.....，依此类推。那么，最后删去的是哪个数字？

【解析】容易发现，每次留下的应该是 2^n 位上的数字； $2^8=256$ ， $2^9=512 > 450$ ，所以最后一个数字应该是第 256 位上的数； $256/9=28.....4$ ，所以，最后删去的是 4。

【答案】最后删去的是 4