

例：长方形的纸片 ABCD, AD=4, AB=3, 将它折叠压平, 使 C 点与 A 点重合。求折痕的长度。

（“华罗庚金杯”少年数学邀请赛培训教程）

解：设折痕是 EF, 如图所示, EF 必经过长方形 ABCD 的两条对角线的交点 O, 且与 AC 垂直。将三角形 ABC 绕 O 点旋转 180° 之后, A 占据 C 的位置, B 占据 D 的位置, 而 C 占据 A 的位置, E 占据 F 的位置, 所以 OE=OF。

由图中所示的直角三角形应用勾股定理, 可得

长方形 ABCD 的每条对角线的长度 $=\sqrt{3^2+4^2}=5$ 。

梯形 CDFE 的面积 = 长方形 ABCD 面积的一半 $=\frac{1}{2}(3 \times 4) = 6$

设 $y = OE = OF, x = CE$, 那么

三角形 CEF 的面积 $=\frac{1}{2}(2y)\frac{5}{2}=\frac{5y}{2}$,

三角形 CDF 的面积 $=\frac{1}{2} \times 3 \times (4-x)$ 。

比较以上三块面积, 得到 $\frac{5y}{2} + \frac{3}{2}(4-x) = 6$, 由此得出 $5y = 3x$,

由勾股定理得 $OE^2 + OC^2 = CE^2$, 即 $y^2 + (\frac{5}{2})^2 = x^2$

将 $x = \frac{5y}{3}$ 代入上式, 得到 $\frac{16}{9}y^2 = \frac{25}{4}$, 解得 $y = \frac{15}{8} = 1.875$

