

例：计算

$$\frac{1^2+2^2}{1 \times 2} + \frac{2^2+3^2}{2 \times 3} + \frac{3^2+4^2}{3 \times 4} + \cdots + \frac{2000^2+2001^2}{2000 \times 2001}$$

（“华罗庚金杯”少年数学邀请赛培训教程）

解：先简算下式，得出连消规律：

$$\frac{k^2+(k+1)^2}{k \times (k+1)} = \frac{k}{k+1} + \frac{k+1}{k}$$

$$= 1 - \frac{1}{k+1} + 1 + \frac{1}{k} = 2 + \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$$

所以

$$\frac{1^2+2^2}{1 \times 2} + \frac{2^2+3^2}{2 \times 3} + \frac{3^2+4^2}{3 \times 4} + \cdots + \frac{2000^2+2001^2}{2000 \times 2001}$$

$$= 2 + (1 - \frac{1}{2}) + 2 + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + \cdots + 2 + (\frac{1}{2000} - \frac{1}{2001})$$

$$= 2 \times 2001 + 1 - \frac{1}{2001} = 4000 \frac{2000}{2001}$$