例： 设 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{p-1}=\frac{m}{n}$,m 和 n 是正整数，p 是奇的质数，说明 $p|m$。

（华罗庚金杯少年数学邀请赛专用培训教程初中版）

分析和解答： 计算：

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{p-1}$$

$$=\frac{1}{2}[(1+\frac{1}{p-1})+(\frac{1}{2}+\frac{1}{p-2})+\cdots+(\frac{1}{p-1}+1)]$$

$$=\frac{1}{2}[\frac{p}{1\times(p-1)}+\frac{p}{2\times(p-2)}+\cdots+\frac{p}{(p-1)\times1}],$$

做通分，

$$1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{p-1}$$

$$=\frac{1}{2}[\frac{pM}{1\times2\times3\times\cdots\times(p-2)\times(p-1)}]$$

由题目条件，pnM=2m(p-1)！，这里记号(p-1)！＝$1\times2\times3\times\cdots\times(p-2)\times(p-1)$。

既然 p 是奇的质数，并且 p 不能整除(p-1)！，所以 $p|m$。