

例：求函数  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{2x^2 + 2x + 1}$  的最值。

解：去分母，得

$$(2y-1)x^2 + 2(y+1)x + (y+3) = 0$$

当  $y \neq \frac{1}{2}$  时，这是一个二次方程。因  $x$  是实数，所以，判别式  $\Delta \geq 0$ ，即

$$\Delta = [2(y+1)]^2 - 4(2y-1)(y+3) \geq 0$$

解得  $-4 \leq y \leq 1$

当  $y = -4$  时， $x = -\frac{1}{3}$ ；当  $y = 1$  时， $x = -2$ ，因此，当  $x = -\frac{1}{3}$  时  $y$  取最小值  $-4$ ；当

$x = -2$  时， $y$  取最大值  $1$ 。