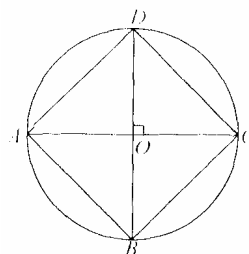


例：圆上的 100 个点将该圆分为 100 段等弧。随意将其中的一些点染成红点，要保证至少有 4 个红点是一个正方形的 4 个顶点。问：你至少要染红多少点？

（华罗庚金杯少年数学邀请赛专用培训教程初中版）



解：至少要染红 76 个点。

如图所示：圆的一对直径 AC ， BD 互相垂直时，则 $ABCD$ 恰是一个正方形。反过来，如果圆上的四点 A, B, C, D 恰是正方形 $ABCD$ 的 4 个顶点，则对角线 AC ， BD 恰是该圆的一对互相垂直的直径。圆上的 100 个点将该圆分成 100 段等弧。恰好 25 对互相垂直的直径，由互相垂直的直径的 4 个端点恰好构成 25 个不同的正方形。最不利的情形是：每对互相垂直的直径的 4 个端点中染红 3 个点，则总计在圆的 100 个等分点中染红了 75 个点，其中任意 4 个红点都不是一个正方形的 4 个顶点。

这时，我们只要再染一个红点，即染 76 个红点，而 $76 = 3 \times 25 + 1$ ，就必须会出现一个正方形的 4 个顶点都是红点。因此，要保证至少有一个正方形的 4 个顶点为红点，至少要将这 100 个等分点中的 76 个点染成红点。