例 有 1000 盏灯和 1000 个开关，每个开关同时控制着所有它号码的倍数号的灯. 开始所有灯都是亮着的. 现在拉一下 2，3，5 号三个开关，问还有多少亮着的灯？

解 只有不被 2，3，5 任意一个整除的，或者恰好被其中两个整除的号码的灯才是亮的. 我们计算这样的数有多少个.

在 1 到 1000 中，被 2 整除的有 500 个
被 3 整除的有 333 个
被 5 整除的有 200 个
被 $2\times3=6$ 整除的有 166 个
被 $2\times5=10$ 整除的有 100 个
被 $3\times5=15$ 整除的有 66 个
被 $2\times3\times5=30$ 整除的有 33 个

所以，被 2，3 整除但是不被 5 整除的有 $166-33=133$ 个
被 2，5 整除但是不被 3 整除的有 $100-33=67$ 个
被 3，5 整除但是不被 2 整除的有 $66-33=33$ 个

不被 2，3，5 中任何一个整除的有 $1000-(500+333+200-166-100-66+33)=266$ 个，所以一共有 $133+67+33+266=499$ 盏灯是亮着的.

评注 解题过程中用到了容斥原理，还可通过画图知，容斥原理实际上就是求有重叠区域的面积的方法.