

例：求和为 1997 得正整数之积的最大值。

分析与解：设

$$1997 = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

要使 $a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n$ 最大，首先，必须每个 a_i 都大于 1，因若不然，有某个为 1，如 $a_1 = 1$ ，则

$$a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n = a_2 \cdot \cdots \cdot a_n < (1 + a_2) a_3 \cdots a_n = b_1 a_3 \cdot \cdots \cdot a_n$$

这时 $b_1 + a_3 + \cdots + a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1970$

因而， $a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n$ 不是最大。

另一方面，每个 a_i 只能取 2, 3, 4 三个数，但 $4 = 2 \times 2$, $2 + 2 = 4$ ，所以每个 a_i 只能取 2 或 3，又因 $2 + 2 + 2 = 3 + 3$ ， $2 \times 2 \times 2 < 3 \times 3$ ，故 a_i 中凡有三个是 2 的都改为两个 3 后乘积会变大，所以最大乘积必具有形式： $2^m \times 3^n$ ，其中 m 只能取 0, 1, 2，

但 $1970 = 2 + \underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_{658 \text{ 个 } 3}$

最大乘积为 2×3^{658}